Nombre____ Grupo: ______

Matemáticas Aplicadas I: Ev1 – Ej1 – 25 Octubre 2018

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{-1}{x^2-1}-1=\frac{x}{x+1}$

$$(x-1)\cdot(x+1)\cdot\frac{-1}{(x-1)\cdot(x+1)}-(x-1)\cdot(x+1)=(x-1)\cdot(x+1)\cdot\frac{x}{x+1}$$

$$-1-(x-1)\cdot(x+1)=x\cdot(x-1);\ -1-x^2+1=x^2-x\ ;\ 2x^2-x=0\ ;\ x\cdot(2x-1)=0\rightarrow\begin{cases}x=0\\ x=\frac{1}{2}\end{cases}$$

Se comprueba que ambas soluciones son válidas y que, además, no anulan ningún denominador.

b) $\sqrt{-x+2}-2x+1=0$

$\sqrt{-x+2}=2x-1\ ;\ \left(\sqrt{-x+2}\right)^2=(2x-1)^2\ ;\ -x+2=4x^2+1-4x\ ;\ 4x^2-3x-1=0\ ;$

$\begin{cases}x=1 \text{ solución válida}\\ x=-1/4 \text{ solución no válida}\end{cases}$

c) $2\cdot logx-log(x+6)=0$

$$logx^2-log(x+6)=0\rightarrow log\frac{x^2}{x+6}=0\rightarrow\frac{x^2}{x+6}=1\rightarrow x^2=x+6\rightarrow x^2-x-6=0\rightarrow\begin{cases}x=-2\\ x=3\end{cases}$$

La única válida es $x=3$. La solución $x=-2$ no es válida ya que $log(-2)$ no existe.

d) $3\cdot 4^x+3\cdot 2^{x+1}-24=0$

$3\cdot 2^{2x}+3\cdot 2^x\cdot 2-24=0\rightarrow 3\cdot(2^x)^2+6\cdot 2^x-24=0\rightarrow \text{cambio de variable } 2^x=t\rightarrow$

$3t^2+6t-24=0\rightarrow t^2+2t-8=0\rightarrow\begin{cases}t=-4\\ t=2\end{cases}$

Deshacemos el cambio:

$*\ t=-4\rightarrow\ 2^x=-4$ *no tiene solución porque una exponencial siempre es positiva.*

$*\ t=2\rightarrow\ 2^x=2\rightarrow x=1$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

$$\begin{cases}-x+y+z=5\\ 2x-y-4z=-5\\ x+y-5z=5\end{cases}$$

$$\begin{pmatrix}-1&1&1&5\\2&-1&-4&-5\\1&1&-5&5\end{pmatrix}\overset{f_2+2f_1}{\rightleftarrows}\begin{pmatrix}-1&1&1&5\\0&1&-2&5\\1&1&-5&5\end{pmatrix}\overset{f_3+f_1}{\rightleftarrows}\begin{pmatrix}-1&1&1&5\\0&1&-2&5\\0&2&-4&10\end{pmatrix}\overset{f_3-2f_2}{\rightleftarrows}\begin{pmatrix}-1&1&1&5\\0&1&-2&5\\0&0&0&0\end{pmatrix}$$

sistema compatible indeterminado

Escribimos el sistema equivalente escalonado a partir de los coeficientes anteriores:

$$\begin{cases}-x+y+z=5\\ y-2z=5\end{cases}$$

Despejamos el valor de la incógnita y de la segunda ecuación en función de la incógnita z (esta incógnita será un parámetro)

$$y-2z=5\ \Leftrightarrow y=2z+5$$

Sustituimos el valor anterior de la incógnita y en la primera ecuación. Posteriormente despejamos la incógnita x en función de la variable z.

$$-x\ +y+z\ =5\ \Leftrightarrow -x+2z+5+z=5\ \Leftrightarrow x=3z$$

La solución del sistema es: $(x=3\lambda\,, y=2\lambda+5\,, z=\lambda)\ \ \lambda\in\mathbb{R}$

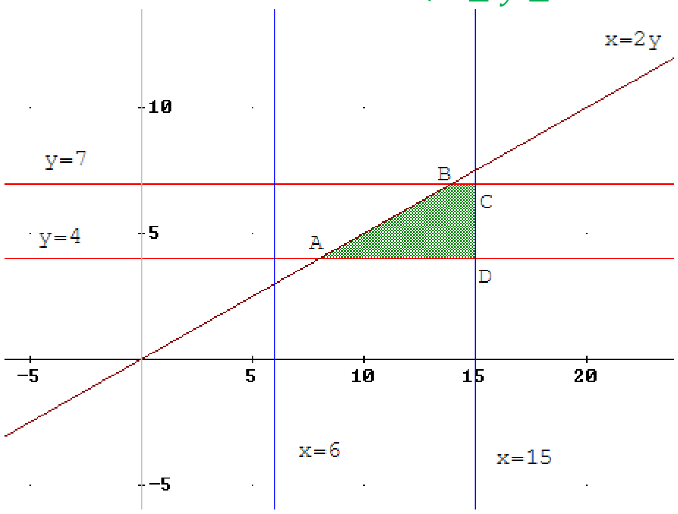
3. En unos grandes almacenes necesitan entre 6 y 15 vigilantes diurnos y entre 4 y 7 vigilantes nocturnos. Además, por razones de seguridad, debe haber al menos el doble de vigilantes diurnos que nocturnos.
   a) Plantea un sistema de inecuaciones lineales y determina la región factible.
   b) ¿Podrían disponer de 10 vigilantes diurnos y 5 nocturnos? Razona tu respuesta.

a)

$x \equiv$ *número de vigilantes diurnos*

$y \equiv$ *número de vigilantes nocturnos*

$$Restricciones: \quad s.a\equiv\begin{cases} x\geq 2y \\ 6\leq x\leq 15 \\ 4\leq y\leq 7\end{cases}$$



b) Si sería posible ya que en este caso el punto (10, 5) pertenece a la región factible.

4. En una fábrica de artículos deportivos se dispone de 10 cajas de diferentes tamaños, grandes, medianas y pequeñas, para envasar las camisetas de atletismo producidas, con capacidad para 50, 30 y 25 camisetas respectivamente. Si una caja grande fuera mediana, entonces habría el mismo número de grandes y de medianas. En total se envasan 390 camisetas. Determina el número de cajas que hay de cada clase.

$x\equiv$ *número de cajas grandes*; $y\equiv$ *número de cajas medianas*; $z\equiv$ *número de cajas pequeñas*

El sistema de ecuaciones lineales es $\begin{cases} x+y+z=10 \\ x-1=y+1 \\ 50x+30y+25z=390\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=10 \\ x-y\qquad =2 \\ 50x+30y+25z=390\end{cases}$

que resolvemos por Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 50 & 30 & 25 & 390\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -2 & -1 & -8 \\ 0 & -20 & -25 & -110\end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & -2 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & -15 & -30\end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$\begin{cases} x+y+z=10 \\ 2y+z=8 \\ 15z=30\end{cases}$ de donde $z=2\ ;\ \ y=3\ ;\ \ x=5$

Solución: Hay 5 cajas grandes, 3 medianas y 2 pequeñas

<u>Puntuación</u>

1 --------------- 4 puntos
2 --------------- 1.5 puntos
3 --------------- 2.25 puntos
4 --------------- 2.25 puntos